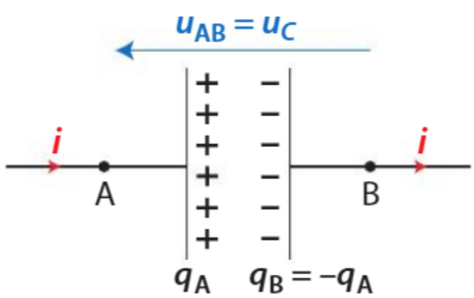
ELECTRICITE - LE CIRCUIT RC

Le condensateur

L'aptitude d'un condensateur à accumuler sur ses surfaces conductrices un grand nombre de charges électriques est appelée capacité. Notée C (F), elle caractérise un condensateur et s'exprime en Farad.



À tout instant, la charge $q_A(t)$ de l'armature A d'un condensateur, notée plus simplement q_A, est proportionnelle à la tension u_C à ses bornes:

$$q_A = C.u_C$$

q_A: Charge de l'armature A (C)
C: Capacité du condensateur (F)
u_C: Tension aux bornes (V)

L'intensité i(t) du courant électrique dans la branche d'un condensateur, notée plus simplement i, s'exprime par:

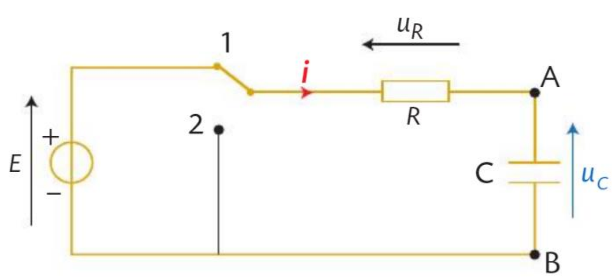
$$i = \frac{dq_A}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$$

i: Intensité du courant(A)
C: Capacité du condensateur (F)
u_C: Tension aux bornes du condensateur (V)
q_A: Charge de l'armature (C)
t: durée (s)

Si q_A augmente alors $\frac{dq_A}{dt}>0$ et $i>0$. Si q_A diminue alors $\frac{dq_A}{dt}<0$ et $i<0$.

Le circuit RC en série - Charge d'un condensateur

On considère le circuit électrique ci-contre.



A l'instant initial t = 0 le condensateur est déchargé ($u_C = 0$) et l'interrupteur est en **position 2**. A la date t = 0 l'interrupteur est basculé en **position 1**.

D'après la loi des mailles on aura:

$$u_R + u_C = E$$

Or nous savons que:

$$u_R = R.i \quad \text{et} \quad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lors de sa charge que l'on écrira sous la forme:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = \frac{E}{R.C}$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme:

$$u_C = A.e^{B.t} + C$$

où **A**, **B** et **C** sont des constantes à déterminer.

A l'instant initial **t = 0s** on aura **u_C = 0**. Donc:

$$u_C = A.e^{B\times 0} + C = A + C = 0$$

On en déduit la relation entre les constantes **A** et **C**:

$$C = -A$$

La solution de cette équation différentielle est donc de la forme:

$$u_C = A.(1 - e^{B.t})$$

En injectant la solution dans l'équation différentielle on aura:

$$\frac{d\left(A.(1 - e^{B.t})\right)}{dt} + \frac{1}{R.C}.A.(1 - e^{B.t}) = \frac{E}{R.C}$$

C'est à dire:

$$-A.B.e^{B.t} + \frac{A}{R.C} - \frac{A}{R.C}.e^{B.t} = \frac{E}{R.C}$$

Soit:

$$A.\left(B + \frac{1}{R.C}\right).e^{B.t} = \frac{1}{R.C}.(A - E)$$

Comme cette expression est valable quel que soit l'instant **t**; on en déduit les relations:

$$A = E \quad \text{et} \quad B = -\frac{1}{R.C}$$

L'équation différentielle de la charge du condensateur dans un circuit RC:

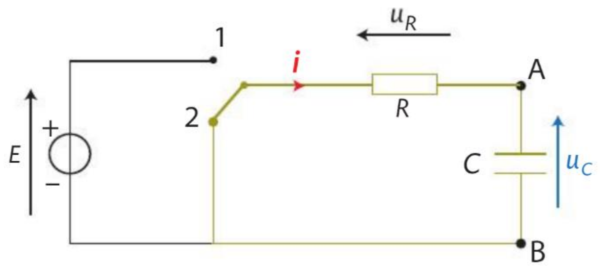
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = \frac{E}{R.C}$$

a pour solution la relation:

$$u_C = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

u_C: Tension aux bornes du condensateur (V)
E: Tension du générateur (V)
$\tau = \frac{1}{R.C}$: Constante de temps du circuit RC (s)

Le circuit RC en série - Décharge d'un condensateur



On considère le circuit électrique ci-contre.

A l'instant initial **t = 0** le condensateur est chargé (**u_C = E**) et l'interrupteur est en **position 1**. A la date **t = 0** l'interrupteur est basculé en **position 2**.

D'après la loi des mailles on aura:

$$u_R + u_C = 0$$

Or nous savons que:

$$u_R = R.i \quad \text{et} \quad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension **u_C** aux bornes du condensateur lors de sa décharge que l'on écrira sous la forme:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = 0$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme:

$$u_C = A.e^{B.t}$$

où **A** et **B** sont des constantes à déterminer.

A l'instant initial **t = 0s** on aura **u_C = E**. Donc:

$$u_C = A.e^{B\times 0} = A = E$$

La solution de cette équation différentielle est donc de la forme:

$$u_C = A.e^{B.t}$$

En injectant la solution dans l'équation différentielle on aura:

$$\frac{d(A.e^{B.t})}{dt} + \frac{1}{R.C}.A.e^{B.t} = 0$$

C'est à dire:

$$A.B.e^{B.t} + \frac{A}{R.C}.e^{B.t} = 0$$

Soit:

$$A.\left(B + \frac{1}{R.C}\right).e^{B.t} = 0$$

Comme cette expression est valable quel que soit l'instant **t**, on en déduit la relation:

$$B = -\frac{1}{R.C}$$

L'équation différentielle de la décharge du condensateur dans un circuit RC:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = 0$$

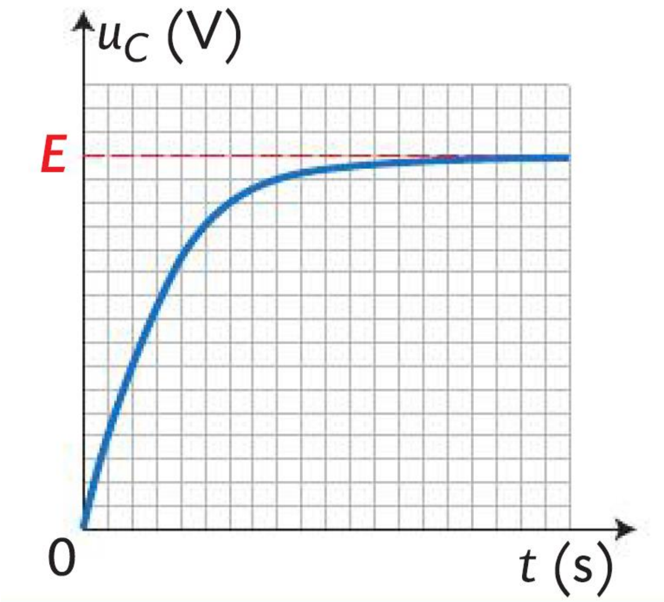
a pour solution la relation:

$$u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

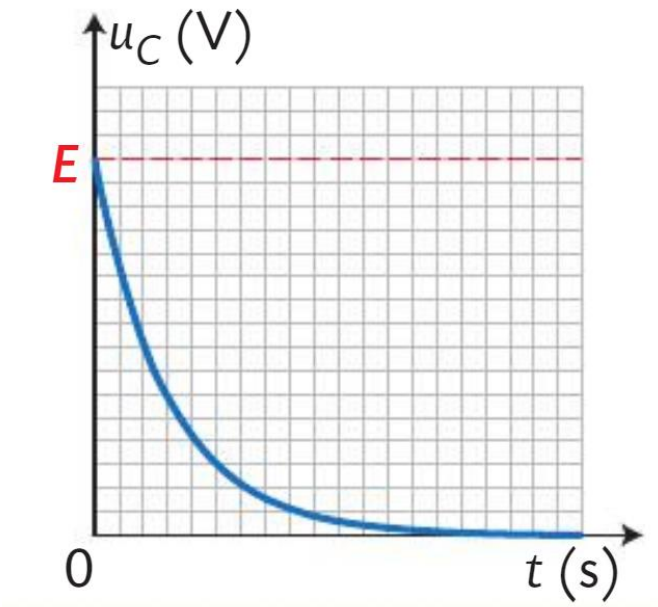
u_C: Tension aux bornes du condensateur (V)
E: Tension du générateur (V)
$t = \frac{1}{R.C}$: Constante de temps du circuit RC (s)

Le circuit RC en série - Evolution temporelle

L'évolution temporelle de la tension **u_C** aux bornes du condensateur lors de la charge est représentée ci-dessous.



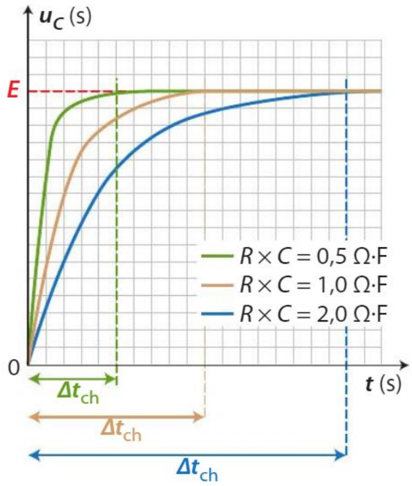
L'évolution temporelle de la tension **u_C** aux bornes du condensateur lors de la décharge est représentée ci-dessous.



Temps caractéristique

Les équations précédentes montrent que la tension **u_C** dépend du produit **R.C**. Plus ce produit **R.C** est grand et plus la durée de charge **Δt_{ch}** (ou de décharge **Δt_{dech}**) est grande.

Le graphique ci-contre représente l'influence de la grandeur **R.C** sur la durée **Δt_{ch}** de charge du condensateur.



Le temps caractéristique τ de la charge ou de la décharge d'un dipôle RC, aussi appelé constante de temps, est défini par:

$$\tau = R.C$$

- **τ: Constante de temps (s)**
- **R: Résistance du conducteur ohmique (Ω)**
- **C: Capacité du condensateur (F)**

La constante de temps τ permet de déterminer la durée de charge ou de la décharge d'un dipôle RC.

En effet, la solution de l'équation différentielle montre que pour une durée de **5τ**, la tension **u_C** a atteint sa valeur finale (**E** en charge ou **0 V** en décharge) avec un écart de moins de **1 %**.

Le régime variable, aussi appelé régime transitoire, est alors considéré comme terminé. Il est remplacé par un régime permanent stationnaire (**u_C** et **i** sont devenues constantes).

Les méthodes graphiques de détermination du temps caractéristique τ nécessitent l'exploitation de la solution de l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lors d'une charge ou d'une décharge.

On peut déterminer la valeur de la constante de temps τ par lecture graphique ou par le tracé de la tangente à l'origine. Dans le cas de la charge du dipôle **RC** initialement déchargé, la solution de l'équation différentielle est:

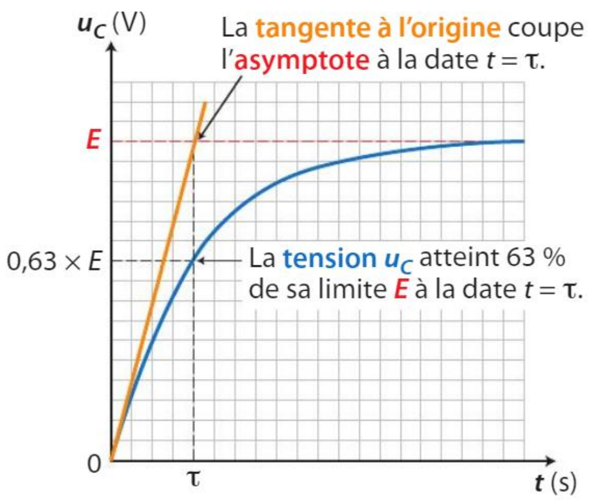
$$u_C = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Pour $t = \tau = R.C$ on obtient:

$$u_C = 0,63.E$$

Pour $t = 5.\tau = 5.R.C$ on obtient:

$$u_C = 0,99.E$$



On peut aussi déterminer la valeur de la constante de temps τ par linéarisation. Dans le cas de la décharge du dipôle **RC** initialement chargé la solution de l'équation différentielle est:

$$u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On en déduit la relation:

$$\ln(u_C) = \ln E - \frac{1}{\tau}.t$$